Fizyka 1B

Wykład 4

dr Piotr Sitarek, prof. uczelni

Katedra Fizyki Doświadczalnej
Wydział Podstawowych Problemów Techniki Politechniki Wrocławskiej

Egzamin

I termin 5 luty 2027 (piątek) godz. 13.15

II termin 12 luty 2027 (piątek) godz. 13.15

Praca i energia

- Praca
- Energia kinetyczna
- Zasada zachowania energii mechanicznej
- Moc
- Energia potencjalna układu
- Siły zachowawcze i niezachowawcze
- Zasada zachowania energii
- Źródła energii

Energia i praca

Energia – wielkość skalarna charakteryzująca stan (lub własność) ciała lub układu ciał.

Praca

- W fizyce praca (ang. work) oznacza jedną z możliwych form energii.
- O pracy mówimy wtedy, gdy siła działająca na dane ciało powoduje jego przemieszczenie.

Praca *W* jest to energia przekazana ciału lub od niego odebrana na drodze działania na ciało siły.

- Siła może zależeć od przemieszczenia, a przemieszczenie może następować na dowolnej drodze pomiędzy dwoma punktami.

- Gdy energia jest przekazywana ciału – praca jest dodatnia.
- Gdy energia jest ciału odbierana – praca jest ujemna.

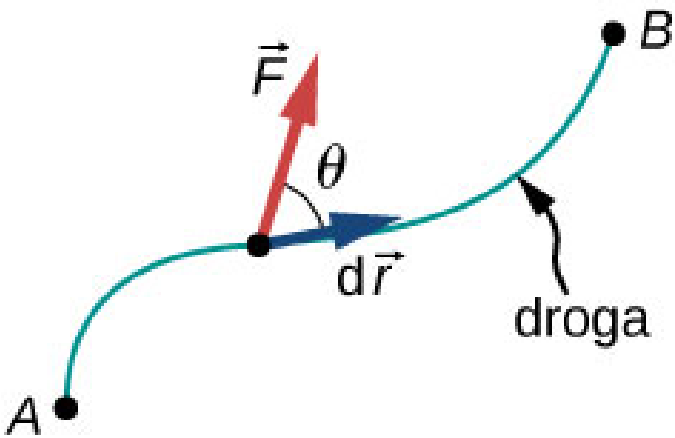
Praca

- Na początku zdefiniujmy nieskończenie mały przyrost pracy dW związany z działaniem siły $\vec{F}$ na nieskończenie małej drodze, odpowiadającej nieskończenie małemu przemieszczeniu $d\vec{r}$.
- Wówczas możemy pracę definiujemy następująco:

$$\mathrm{d}W = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \left|\vec{F}\right| \left|\mathrm{d}\vec{r}\right| \cos\theta$$

- czyli jako iloczyn skalarny siły i przemieszczenia, które spowodowała.
- W celu wyznaczenia całkowitej wartości pracy działającej na całkowitej drodze od A do B, odpowiadającej całkowitemu przemieszczeniu, należy dodać do siebie wszystkie dyskretne wartości pracy odpowiadające nieskończenie małym przyrostom przemieszczenia:

$$W_{\mathrm{AB}} = \int_{\mathrm{droga}\,AB} \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$



Praca

Praca stałej siły

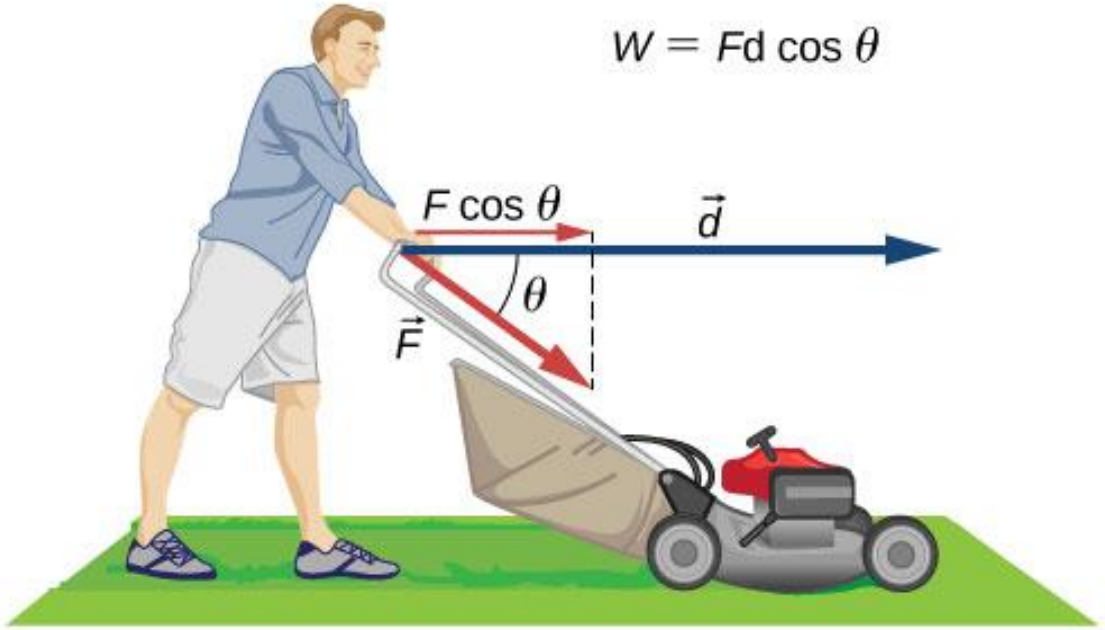
- Najprostszym przypadkiem pracy jest praca wykonana przez siłę o stałej wartości, zwrocie i kierunku

$$W_{AB} = \vec{F} \cdot \int_A^B \mathrm{d}\vec{r} = \vec{F} \cdot \left(\vec{r}_B - \vec{r}_A\right) = \left|\vec{F}\right| \left|\vec{r}_B - \vec{r}_A\right| \cos\theta$$

Praca

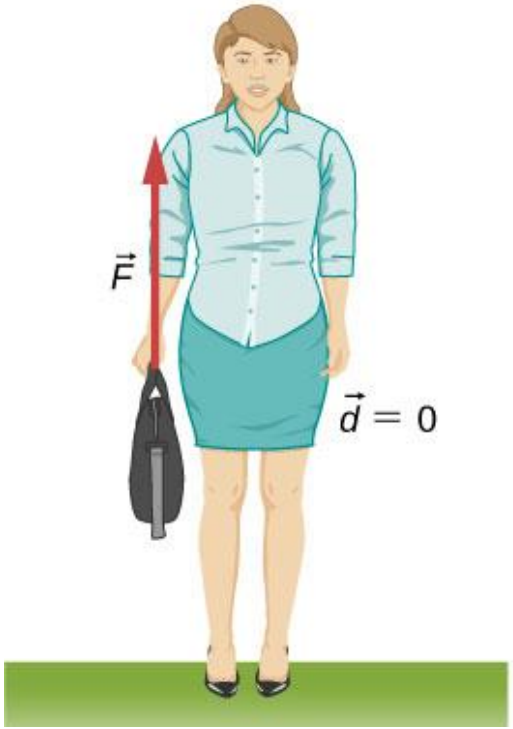
Praca stałej siły - przykłady

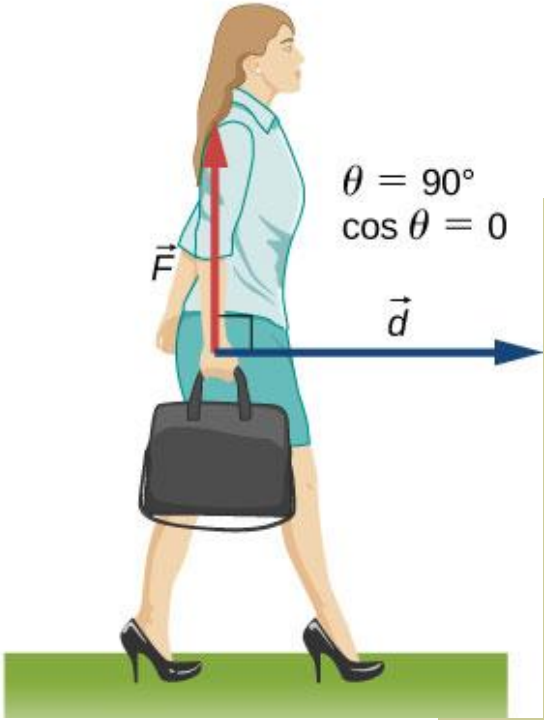
$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd\cos\theta$$



Praca

Praca stałej siły - przykłady





Praca

Praca stałej siły - przykłady

- Praca siły ciężkości na drodze od A do B

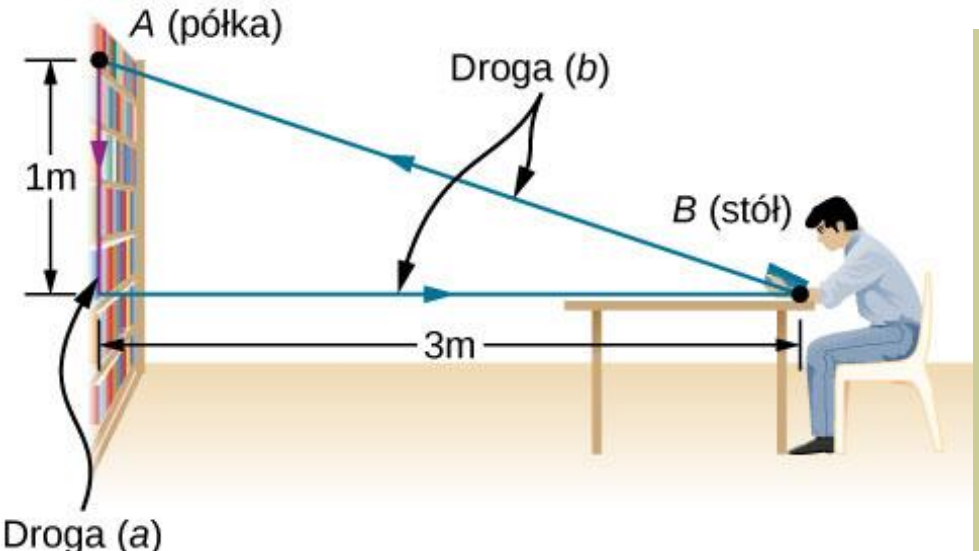
$$W_{\text{graw}AB} = -mg\hat{j} \cdot \left(\vec{r}_B - \vec{r}_A\right) = -mg\left(y_B - y_A\right)$$

- Praca wykonana przez stałą siłę grawitacji zależy tylko od ciężaru ciała oraz różnicy wysokości (przemieszczenia), na której ta siła działa.
- Zgodnie z przyjętym kierunkiem, wartość pracy siły grawitacji przy ruchu w górę jest ujemna - innymi słowy to ty wykonujesz prace podnosząc przedmiot.
- W przypadku ruchu w dół praca jest dodatnia.

Praca

Praca stałej siły - przykłady

- Zdejmujesz książkę o ciężarze 20 N z półki znajdującej się na wysokości 1 m powyżej blatu stołu, następnie przenosisz ją poziomo 3 m i odkładasz na stół.
- Jaką pracę wykonała siła grawitacji w tym ruchu?
- Po skończonym czytaniu odkładasz książkę na półkę. Jaką całkowitą pracę przeciw sile grawitacji wykonujesz?



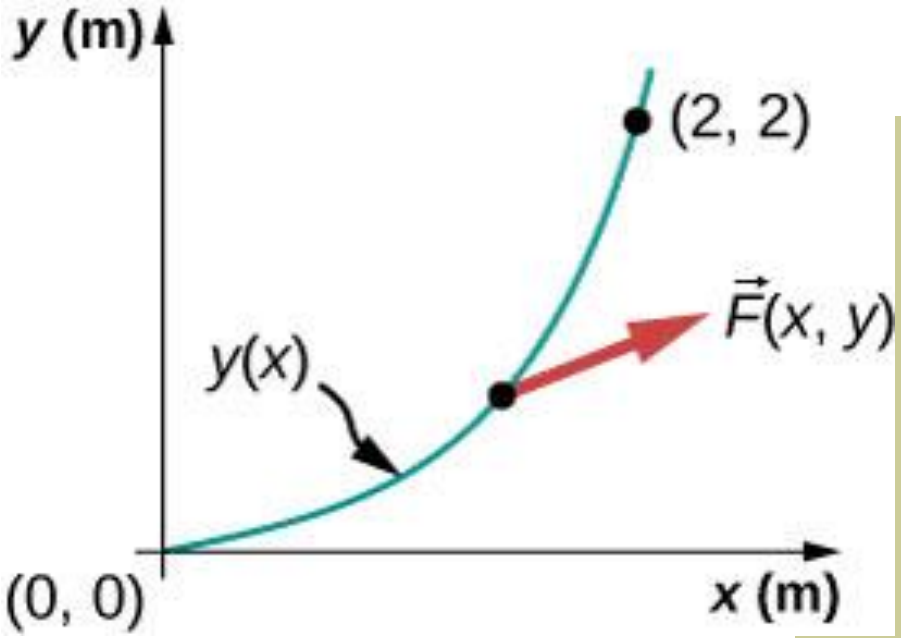
Praca

Praca zmiennej siły - przykład

- Ciało porusza się po paraboli o równaniu y [m] = 0,5 x^2 od punktu w początku układu współrzędnych A = (0; 0) m do punktu o współrzędnych B = (2; 2) m na skutek działania siły

$$\vec{F} = 5\,\mathrm{N/m} \cdot y\hat{i} + 10\,\mathrm{N/m} \cdot x\hat{j}$$

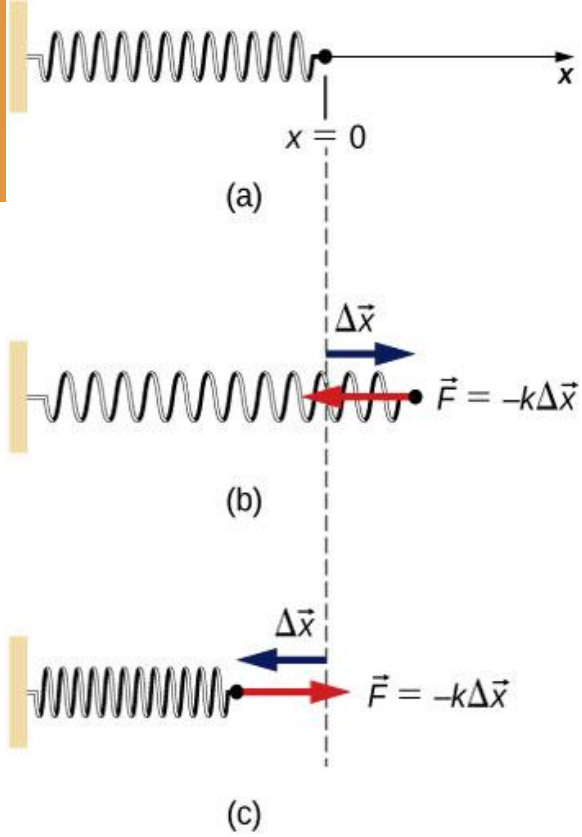
- Oblicz wykonaną pracę.



Praca

Praca siły sprężystości

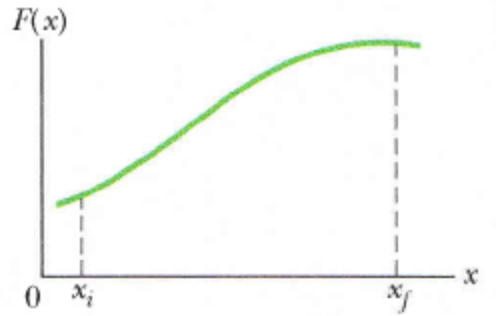
- siła sprężystości dla idealnej sprężyny $\vec{F} = -k\Delta\vec{x}$
- odkształcenie liniowe sprężyny $\Delta\vec{x} = \vec{x} - \vec{x}_0$
- praca przy rozciąganiu sprężyny z x_A do x_B wynosi

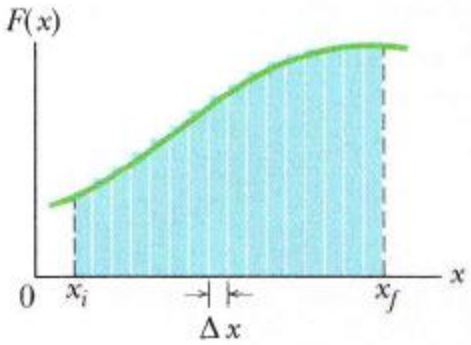


$$W_{\text{spr}AB} = \int_A^B F_x \mathrm{d}x = -k \int_A^B x \mathrm{d}x = -k \left[\frac{x^2}{2} \right]_A^B = -\frac{1}{2} k \left(x_B^2 - x_A^2 \right)$$

Praca

Praca wykonana przez dowolną siłę zmienną





$$\Delta W_j = F_j \Delta x$$

$$W = \sum_j \Delta W_j = \sum_j F_j \Delta x$$

W trzech wymiarach

$$W = \int_{x_{pocz}}^{x_{końc}} F_x \mathrm{d}x + \int_{y_{pocz}}^{y_{końc}} F_y \mathrm{d}y + \int_{z_{pocz}}^{z_{końc}} F_z \mathrm{d}z$$

Energia

Energia kinetyczna

- Możemy przypuszczać, że im większa prędkość ciała, w tym większym stopniu dane ciało może oddziaływać na inne. Nie zależy to od kierunku wektora prędkości, a tylko od jego wartości.

- Energia związana z ruchem ciała – energia kinetyczna:

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

Jednostką energii jest **dżul**.

1 dżul = 1 J = 1 kg m^2/s^2

$$E = \frac{1}{2} m \left(\frac{p}{m} \right)^2 = \frac{p^2}{2m}$$

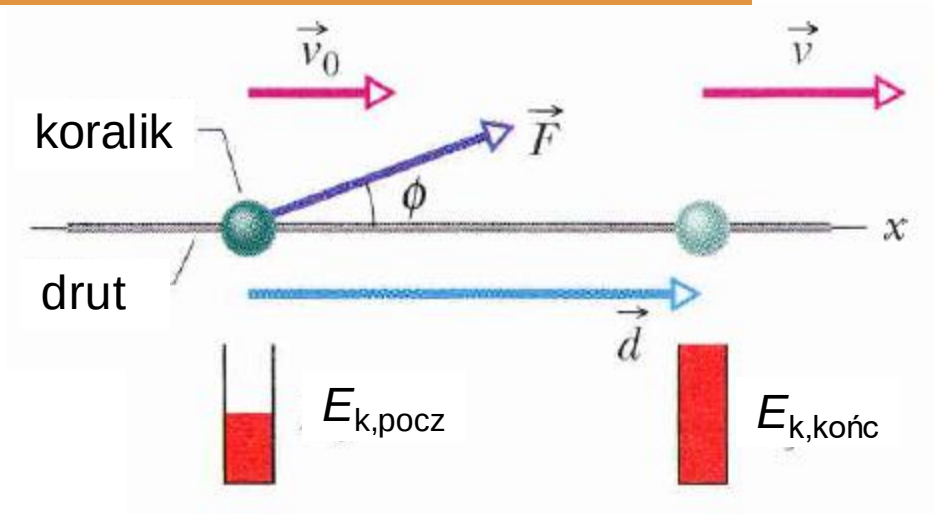
Energia

Energia kinetyczna

- Jako że prędkość jest wielkością względną, zależną od przyjętego układu odniesienia, wartość energii kinetycznej również zależy od przyjętego układu.

Energia i praca

Praca



$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

Energia i praca

Praca a energia kinetyczna, cd

$$W = \int_{x_{pocz}}^{x_{końc}} F(x)\mathrm{d}x = \int_{x_{pocz}}^{x_{końc}} ma\mathrm{d}x$$

$$ma\mathrm{d}x = m\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}x$$

$$\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{d}x}\mathrm{v}$$

$$ma\mathrm{d}x = m\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{d}x}\mathrm{v}\mathrm{d}x = m\mathrm{v}\mathrm{dv}$$

$$W = \int_{v_{pocz}}^{v_{końc}} m\mathrm{v}\mathrm{dv} = \frac{m\mathrm{v}_{końc}^2}{2} - \frac{m\mathrm{v}_{pocz}^2}{2} = \Delta E_k$$

Energia i praca

Równoważność pracy i energii

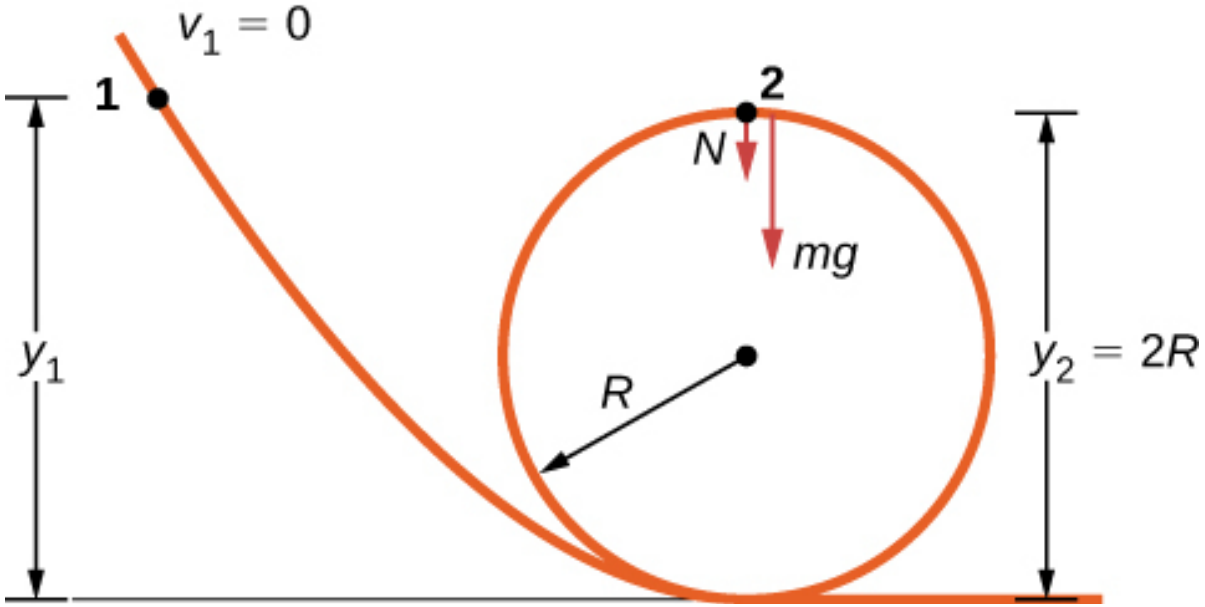
- Praca wypadkowa jest równa różnicy energii kinetycznych ciała:

$$W_{\text{wyp}} = E_B - E_A$$

- jest to szczególny przypadek zasady zachowania energii,
- kiedy dane ciało zwalnia, zmniejsza się jego energia kinetyczna, co odpowiada ujemnej wartości pracy, która została wykonana przez siły działające na to ciało,
- kiedy ciało przyspiesza, praca ma wartość dodatnią,
- kiedy wyznaczamy wartość pracy wypadkowej, musimy uwzględnić wszystkie siły działające na ciało, a nie brać pod uwagę tych, które nie działają na ciało.

Energia i praca

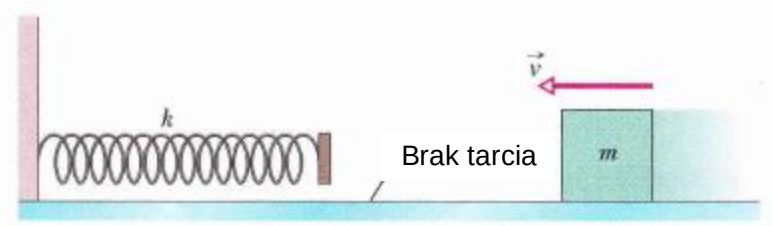
Równoważność pracy i energii



- Z jakiej wysokości (względem podstawy pętli) musi rozpocząć ruch samochodzik, aby przebyć całą pętlę, nie odrywając się od niej w żadnym jej punkcie?

Praca

Praca wykonana przez siłę sprężystości, przykład



$m = 0,5\text{kg}$

$v = 0,5\text{m/s}$

$k = 750\text{N/m}$

Energia i praca

Moc

- Aby powiązać ze sobą pracę i czas, w którym została wykonana, używamy nowego pojęcia – mocy.
- Jako że praca może być funkcją czasu, wprowadzono termin mocy średniej jako skończoną wartość pracy wykonanej w skończonym czasie:

$$P_{sr} = \frac{W}{\Delta t}$$

- Szybkość z jaką siła wykonuje pracę nazywamy mocą chwilową.

$$P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}$$

- jeśli praca ma wartość zmienną w czasie, to jej wartość jest wyrażana jako całka w postaci:

$$W = \int P dt$$

- jednostką mocy jest wat: 1 J/s = W

Energia i praca

Moc (dla stałej siły)

$$P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}$$

Koń mechaniczny (James Watt)

$$1\ \mathrm{hp} = 550\ \mathrm{ft \cdot lb/s} = 33{,}000\ \mathrm{ft \cdot lb/min}$$

$$1\ \mathrm{hp} = 746\ \mathrm{W} = 0.746\ \mathrm{kW}$$

Kilowatogodzina

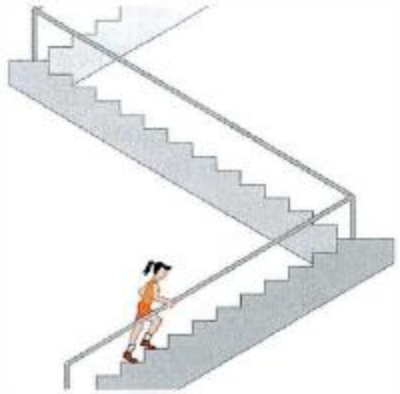
$$1\ \mathrm{kW \cdot h} = (10^3\ \mathrm{J/s})\,(3600\ \mathrm{s}) = 3.6 \times 10^6\ \mathrm{J} = 3.6\ \mathrm{MJ}$$



Energia i praca

Moc

Bieg na szczyt Sears Tower w Chicago





Wykonana przez biegaczkę praca

$$W = mgh = (50.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2)(443\,\text{m})$$
$$= 2.17 \times 10^5\,\text{J}$$

Średnia moc

$$P_{av} = \frac{2.17 \times 10^5\,\text{J}}{900\,\text{s}} = 241\,\text{W} = 0.241\,\text{kW} = 0.323\,\text{hp}$$

Energia i praca

Energia potencjalna

- pokazaliśmy, że praca wykonana przez siłę grawitacji działającą na ciało znajdujące się w pobliżu powierzchni Ziemi nie jest zależna od toru ruchu, a zależy jedynie od różnicy położeń: końcowego i początkowego,
- istnienie takiej zależności pozwala nam na wprowadzenie nowego, innego niż kinetyczna rodzaju energii – energii potencjalnej,
- aby wyznaczyć energię potencjalną w danym punkcie, powinniśmy porównać ją z wartością energii w punkcie, w którym jest ona znana.

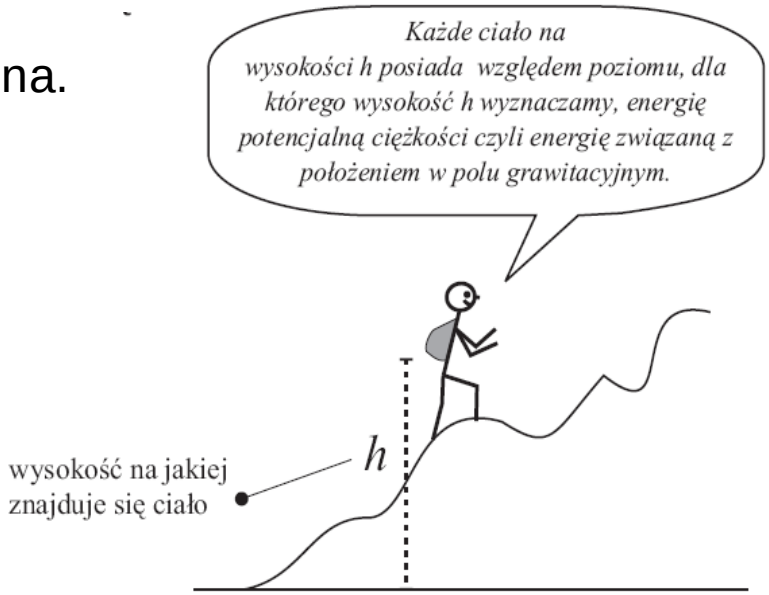
$$\Delta E_p = E_p\left(\vec{r}\right) - E_p\left(\vec{r}_0\right)$$

Energia i praca

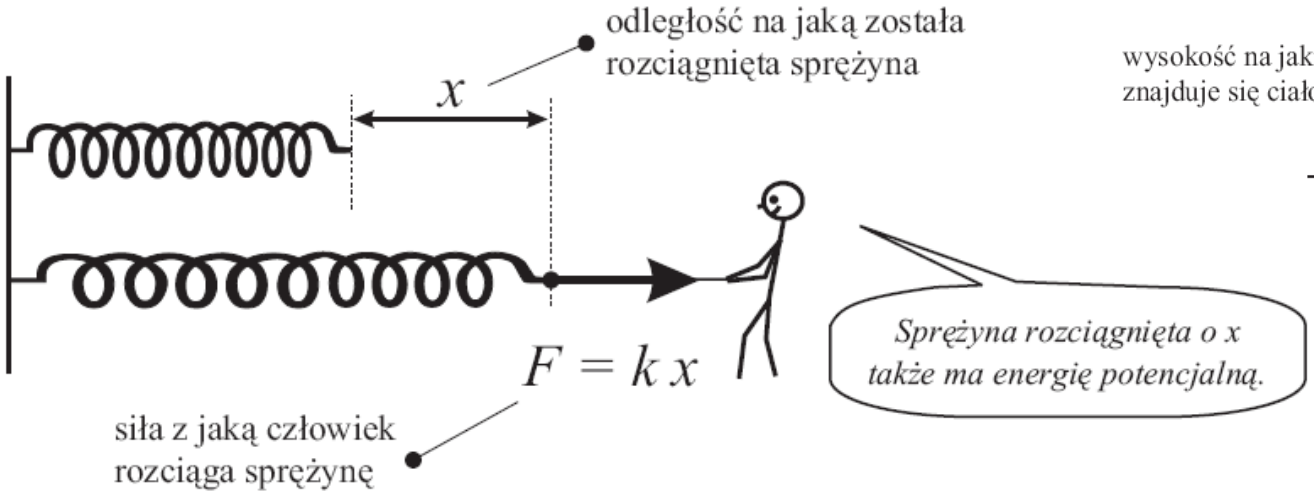
Energia potencjalna

Energia potencjalna związana jest z konfiguracją (ustawieniem) układu ciał. Gdy zmienia się konfiguracja, może się również zmienić energia potencjalna E_p.

Grawitacyjna energia potencjalna.



Energia potencjalna sprężystości.



Energia i praca

Praca i energia potencjalna

- wykonanie pracy związanej z przeniesieniem ciała z położenia A do B wiąże się ze zmianą jego energii potencjalnej

$$\Delta E_{pAB} = E_{pB} - E_{pA} = -W_{AB}$$

- jeśli zaniedbamy siły tarcia i oporu powietrza,

to zmiana energii kinetycznej ciała równa jest zmianie energii potencjalnej

$$\Delta E_{kAB} = \Delta E_{pAB}$$



Energia i praca

Energia potencjalna

- pokazaliśmy, że praca wykonywana nad ciałem przez siłę grawitacyjną Ziemi (w pobliżu jej powierzchni) zależy od jego masy, przyspieszenia ziemskiego i różnicy wysokości, którą ciało pokonało podczas swojego ruchu,
- z definicji, praca jest różnicą energii potencjalnej w polu grawitacyjnym Ziemi, wziętą ze znakiem minus, opisaną poniższym wzorem:

$$\Delta E_{p_{\text{graw}}} = -W_{\text{graw}_{AB}} = mg(y_B - y_A)$$

- co możemy zapisać także jako:

$$E_p(y) = mgy + \text{const}$$

Energia i praca

Energia potencjalna

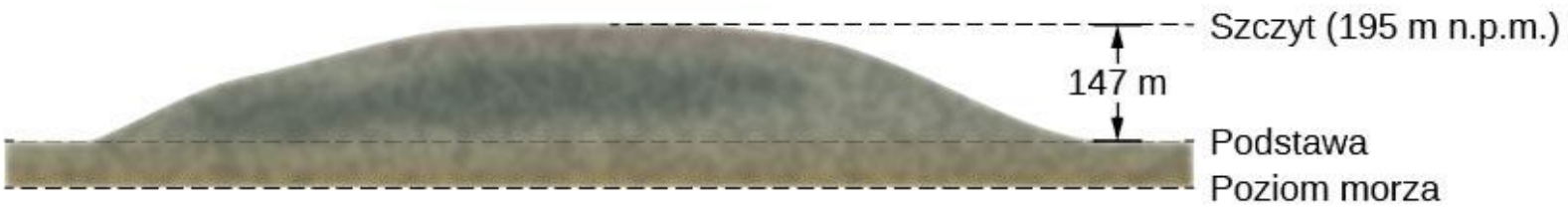
Jaka jest energia potencjalna turysty o masie 75 kg

- u podstawy wzgórza,
- na szczycie
- na poziomie morza?

$$E_p(\text{podstawa}) = E_p(0) = 0\,\text{kJ}$$

$$E_p(\text{szczyt}) = E_p(147\,\text{m}) = mgh = 75\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 147\,\text{m} = 108\,\text{kJ}$$

$$E_p(\text{poziom morza}) = E_p(-48\,\text{m}) = mgh = 75\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (-48\,\text{m}) = -35{,}3\,\text{kJ}$$



Energia i praca

Energia potencjalna sprężystości

- wykazaliśmy, że praca wykonana przez idealną sprężynę, w jednym wymiarze, zależy wyłącznie od stałej sprężystości i kwadratu przemieszczenia (w odniesieniu do nierozciągniętej sprężyny),
- w związku z tym możemy zdefiniować pojęcie różnicy energii potencjalnej sprężystości

$$\Delta E_p = -W_{AB} = \frac{1}{2}k(x_B^2 - x_A^2)$$

- lub

$$E_p(x) = \frac{1}{2}kx^2 + \text{const}$$

- jeśli siła sprężystości jest jedyną siłą działającą w rozpatrywanym układzie, to najprościej jest przyjąć zero energii potencjalnej w $x = 0$, czyli wtedy, gdy sprężyna jest nierozciągnięta i const = 0.

Energia i praca

Obiekt lub zjawisko	Energia w dżulach
Wielki Wybuch	$1{,}0 \cdot 10^{68}$
Roczne światowe zużycie energii	$4{,}0 \cdot 10^{20}$
Duża bomba termojądrowa (9 megaton)	$3{,}8 \cdot 10^{16}$
Niewielka rozszczepieniowa bomba atomowa (np. jak ta zrzucona na Hiroszimę; 10 kiloton)	$4{,}2 \cdot 10^{13}$
1 baryłka ropy naftowej	$5{,}9 \cdot 10^{9}$
1 tona trotylu	$4{,}2 \cdot 10^{9}$
1 galon benzyny (ok. 4 litry)	$1{,}2 \cdot 10^{8}$
Zalecana dzienna dawka spożycia dla dorosłego człowieka	$1{,}2 \cdot 10^{7}$
Samochód o masie 1000 kg i prędkości 90 km/h	$3{,}1 \cdot 10^{5}$
Piłka tenisowa o prędkości 100 km/h	22
Komar (10^{-2} g o prędkości 0,5 m/s)	$1{,}3 \cdot 10^{-6}$
Pojedynczy elektron w kineskopie telewizora	$4{,}0 \cdot 10^{-15}$

Energia i praca

Siły zachowawcze i niezachowawcze

Gdy w układzie działa siła, która wykonując pracę nad ciałem powoduje zamianę energii kinetycznej na potencjalną i przy zmianie konfiguracji siła wykonuje pracę zamieniając energię potencjalną w energię kinetyczną, to taką siłę nazywamy siłą zachowawczą.

Praca wykonana przez siłę zachowawczą nie zależy od drogi po jakiej porusza się cząstka.

$$W_{AB_{\text{droga 1}}} = \int_{AB_{\text{droga 1}}} \vec{F}_{\text{zach}} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = W_{AB_{\text{droga 2}}} = \int_{AB_{\text{droga 2}}} \vec{F}_{\text{zach}} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

Energia i praca

Siły zachowawcze i niezachowawcze

Praca wykonana przez siłę zachowawczą nie zależy od drogi po jakiej porusza się cząstka.

$$W_{\text{droga zamk.}} = \oint \vec{E}_{\text{zach}} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = 0$$

Przy rozpatrywaniu zagadnienia w **dwóch wymiarach**, siła jest zachowawcza, gdy spełniona jest zależność

$$\frac{\mathrm{d}F_x}{\mathrm{d}y} = \frac{\mathrm{d}F_y}{\mathrm{d}x}$$

Energia i praca

Zachowanie energii mechanicznej

$$E_{mech} = E_k + E_p$$

Gdy działa siła zachowawcza, to

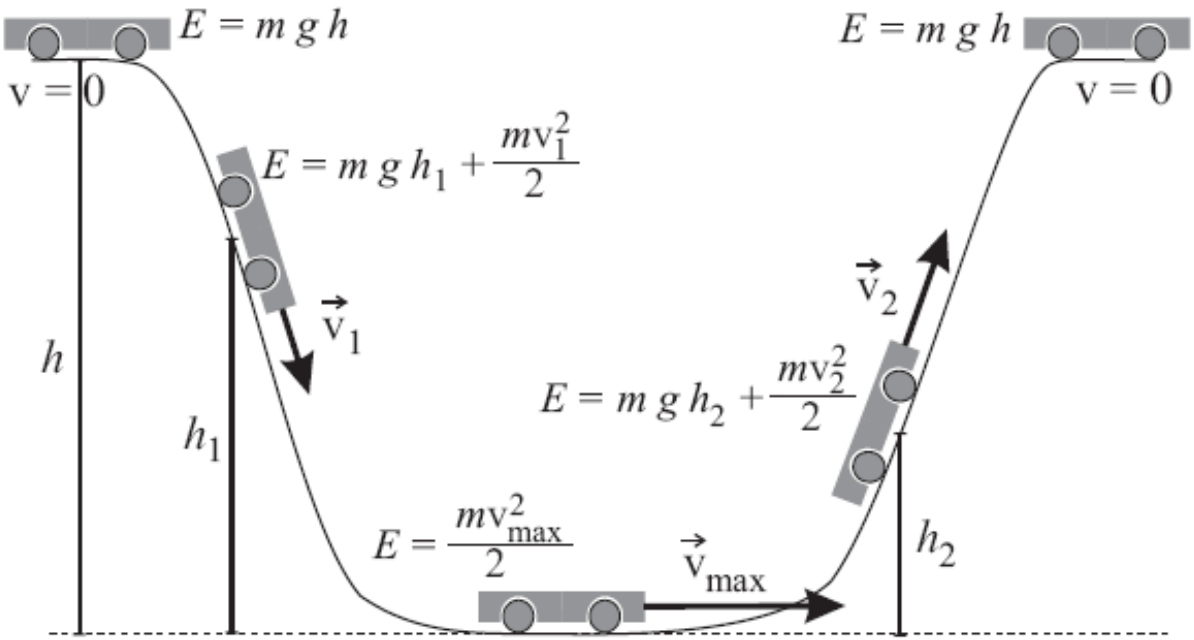
$$\Delta E_k = -\Delta E_p$$

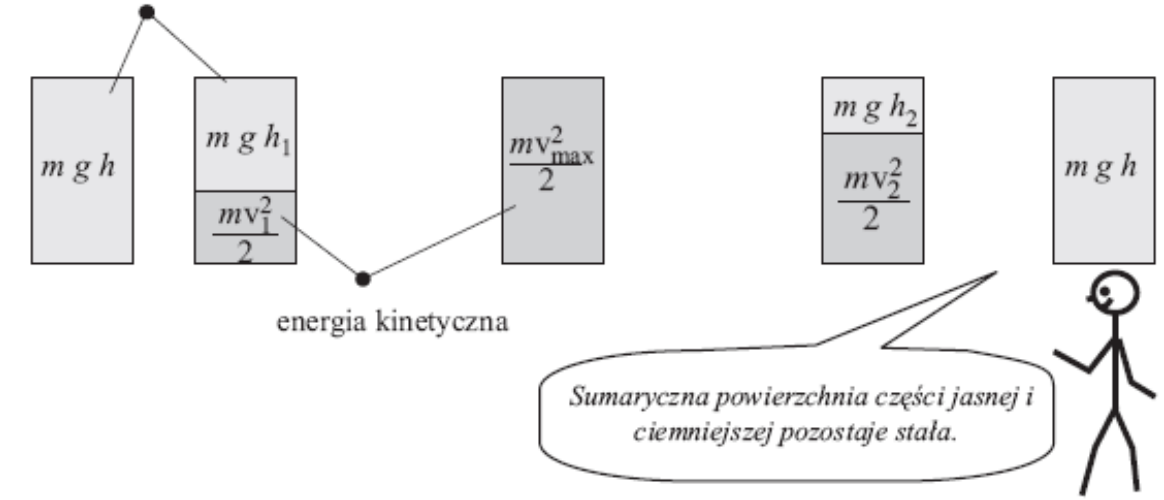
$$\Delta E_{mech} = \Delta E_k + \Delta E_p = 0$$

W układzie izolowanym, w którym zamiana energii pochodzi jedynie od sił zachowawczych energia kinetyczna i energia potencjalna mogą się zmieniać, lecz ich suma (energia mechaniczna) nie może ulegać zmianie.

Energia i praca

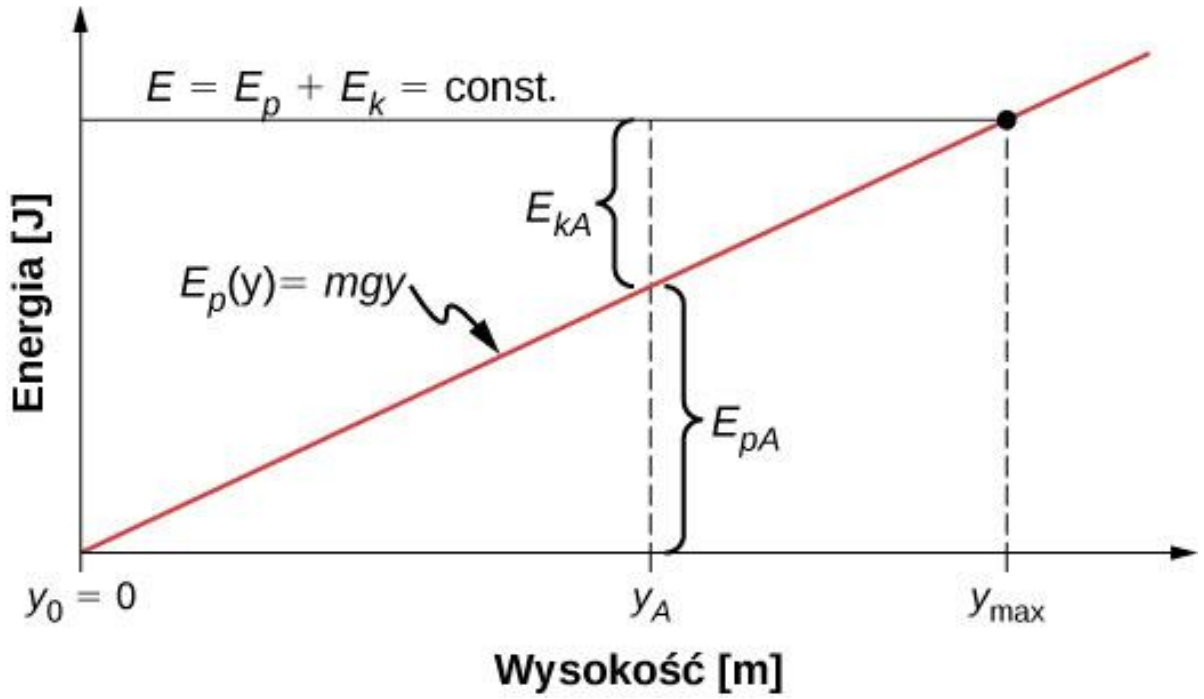
Przykład





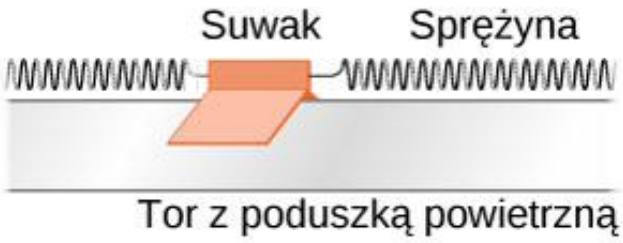
Energia i praca

ciało spadające swobodnie w pobliżu powierzchni Ziemi (pomijamy siły oporu)

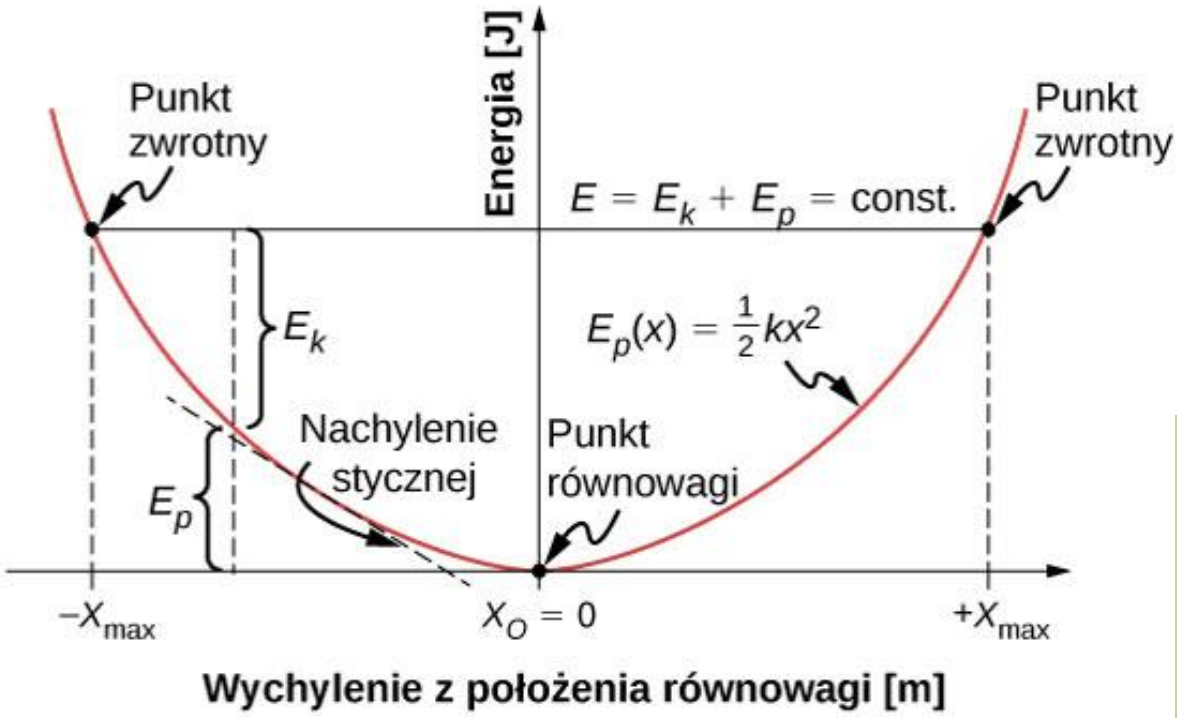


Energia i praca

układ masa-sprężyna umieszczony na nieruchomej, poziomej płaszczyźnie, po której układ porusza się bez tarcia, w taki sposób, że siła grawitacji oraz siła reakcji podłoża nie wykonują żadnej pracy



(a)



(b)

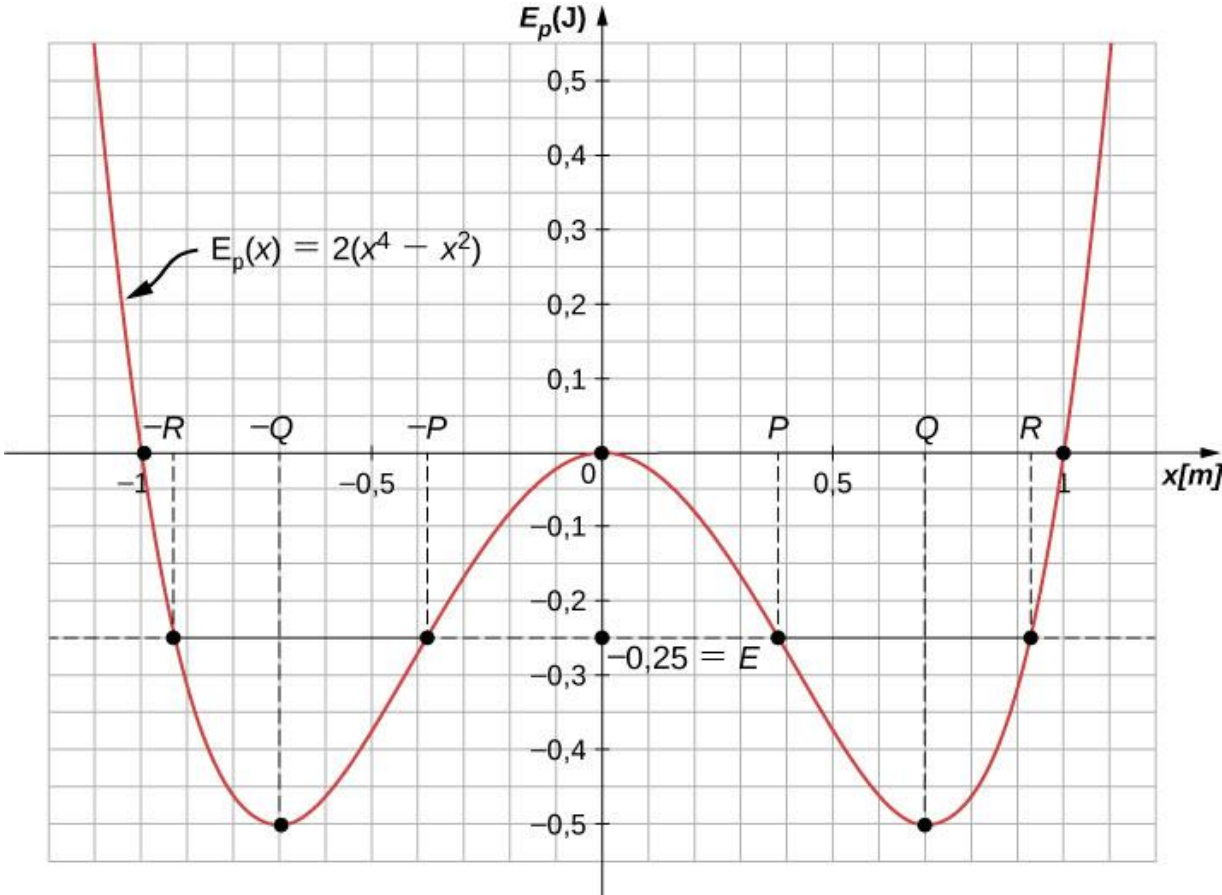
Energia i praca

Energia potencjalna cząstki poruszającej się wzdłuż osi jest dana relacją

$$E_p(x) = 2(x^4 - x^2)$$

energia mechaniczna jest stała i wynosi -0,25 J

- co możemy powiedzieć o ruchu cząstki?
- czy istnieją jakiekolwiek położenia równowagi i jeśli tak, to czy są one stabilne, czy nie?



Energia i praca

Praca wykonana nad układem przez siłę zewnętrzną

Praca jest równa energii przekazanej układowi lub odebranej od niego przez siłę zewnętrzną działającą na ten układ.

brak tarcia

$$W = \Delta E_k + \Delta E_p$$

tarcie

$$W = \Delta E_{mech} + \Delta E_{term}$$

Energia i praca

Zasada zachowania energii

Zmiana całkowitej energii *E* układu jest równa energii dostarczonej do układu lub od niego odebranej.

$$W = \Delta E = \Delta E_{mech} + \Delta E_{term} + \Delta E_{wewn}$$

Energia i praca

Układ izolowany

Całkowita energia *E* układu izolowanego nie może się zmieniać.

$$\Delta E = \Delta E_{mech} + \Delta E_{term} + \Delta E_{wewn} = 0$$

Energia i praca

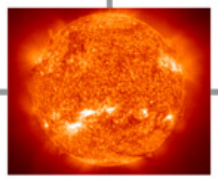
Źródła energii



Energia cieplna: Wiatr jest to przepływ mas powietrza wywołany pośrednio różnicami temperatur warstw atmosfery (rozdz. 18)



Energia chemiczna: Spalanie to reakcja utlenienia np. związków organicznych. Ten sam proces zachodzi w silnikach spalinowych (rozdz. 21)



Energia jądrowa: Z fuzji jądrowej pochodzi energia Słońca; ono zaś jest głównym źródłem energii dla Ziemi (rozdz. 43)



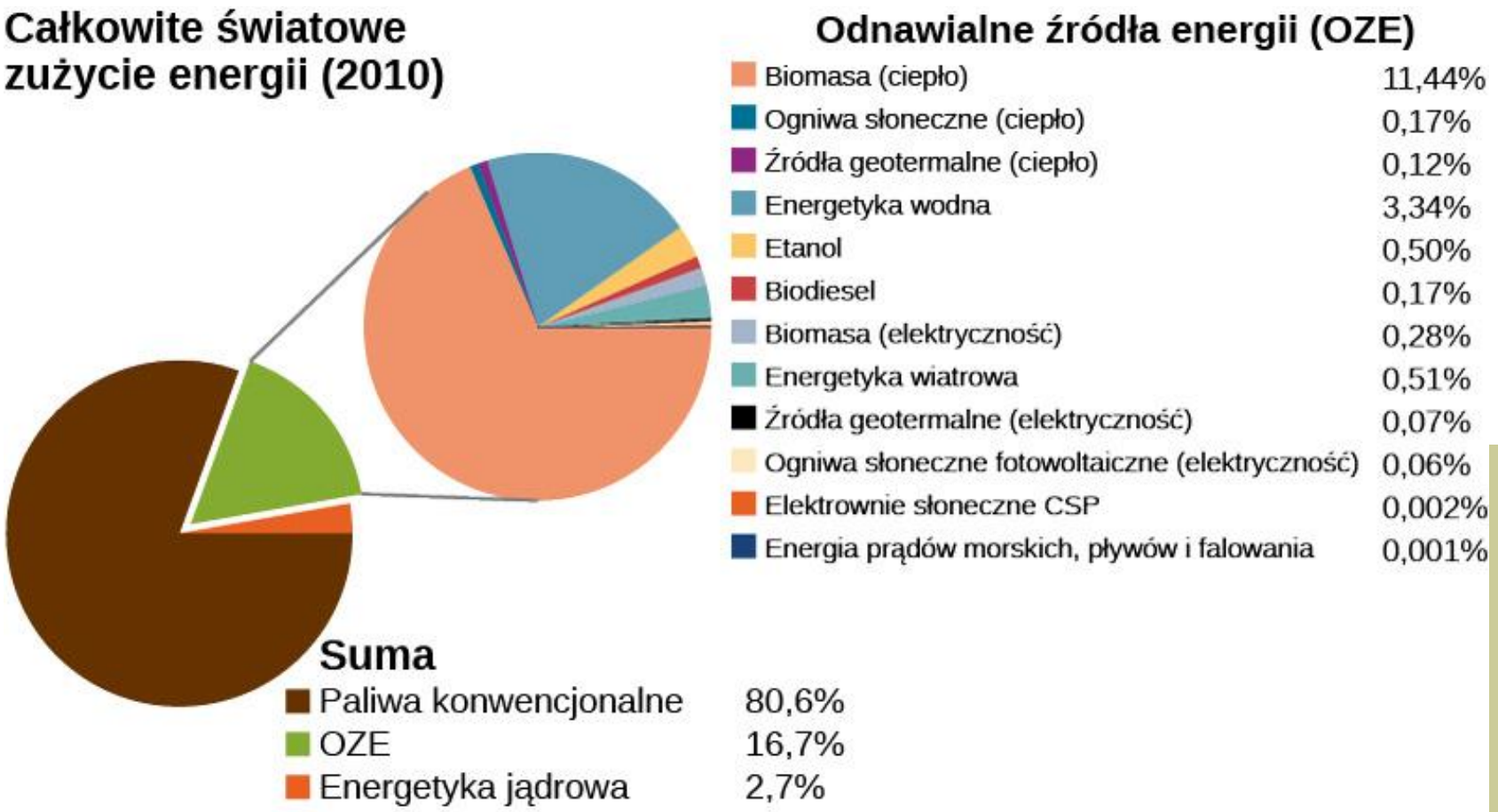
Energia promieniowania: Różne materiały pochłaniają energię fal elektromagnetycznych w postaci ciepła lub energii elektrycznej (rozdz. 18, 33, 39)



Energia elektryczna: Można ją wytworzyć np. poprzez poruszanie przewodnikiem w polu magnetycznym (rozdz. 29).

Energia i praca

Źródła energii



Dziękuję za uwagę!